

Аннотация рабочей программы учебной дисциплины Б1.Б.19 МАТЕМАТИКА

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Данная дисциплина включена в раздел «Б1.Б.№19 Базовая часть». Осваивается на первом и втором курсах (1,2,3,4 семестры).

Для успешного освоения данной дисциплины необходимо знание элементарной математики в объёме курса средней школы.

Дисциплина является предшествующей для освоения большинства естественнонаучных и технических дисциплин, использующих математический аппарат, таких как: «Исследование операций», «Моделирование систем и процессов», «Теория принятия решений» и др., приобретенные знания также могут помочь в научно-исследовательской работе.

2. Цели изучения дисциплины

Целью освоения дисциплины является - формирование системы базовых знаний по данной дисциплине, которая позволит будущим специалистам решать в своей повседневной деятельности актуальные задачи науки и практики, понимать написанные на современном научном уровне результаты других исследований и тем самым совершенствовать свои профессиональные навыки.

Основными задачами дисциплины являются:

- ознакомление студентов с ролью математики в современной жизни, с характерными чертами математического метода изучения реальных задач;
- обучение студентов теоретическим основам курса;
- привитие практических навыков математического моделирования реальных естественнонаучных и технических задач с использованием математического аппарата данного курса;
- развитие у студентов навыков творческого и логического мышления, повышение общего уровня математической культуры.

3. Структура дисциплины

Тема 1. Определители. Определители 2-ого, 3-его порядков, порядка n . Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителей. Тема 2. Матрицы. Определение матрицы. Виды матриц. Равенство матриц. Действия над матрицами. Свойства операций сложения и умножения на число, умножения матриц. Минор k -ого порядка. Базисный минор. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц. Эквивалентность матриц. Вычисление ранга матрицы. Обратная матрица, условие существования и основные способы её нахождения. Матричные уравнения, их решение. Тема 3. Системы линейных алгебраических уравнений. Основные определения и понятия. Матричная запись СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли. Решение СЛАУ методом обратной матрицы. Формулы Крамера. Элементарные преобразования СЛАУ. Решение СЛАУ методом Гаусса. Однородные системы линейных уравнений, свойства их решений. Фундаментальная система решений (ФСР), её нахождение. Представление общего решения однородной системы через ФСР. Тема 4. Арифметический вектор. N -мерное векторное пространство. Евклидово пространство. Понятие n -мерного арифметического вектора. Равенство векторов, действия над ними. Скалярное произведение векторов. Понятие системы векторов, её линейной зависимости и независимости. N -мерное линейное векторное пространство R_n , его базис. Координаты вектора в R_n . Евклидово пространство. Векторная алгебра. Понятие геометрического вектора. Длина вектора, угол между ними. Равенство векторов. Орт вектора. Проекция вектора. Графические действия над векторами. Коллинеарность и компланарность векторов. Базис плоскости, пространства. Координаты вектора. Линейные операции над векторами в координатной форме. Прямоугольная декартова система координат. Радиусвектор и координаты точки. Решение простейших задач векторной

алгебры в координатной форме (вычисление длины и направляющих косинусов вектора; координат вектора, заданного двумя точками; расстояния между точками; координат точки, делящей отрезок пополам). Скалярное произведение векторов, его свойства, выражение в координатной форме, применение для решения геометрических задач (вычисление угла между векторами, длины вектора, проекции вектора на вектор). Условие перпендикулярности векторов. Векторное и смешанное произведения векторов, их определения, свойства, выражения в координатной форме, применения для решения геометрических задач (вычисление площадей треугольников и параллелограммов, объёмов тетраэдров и параллелепипедов). Условия параллельности и компланарности векторов. Тема 6. Прямые линии и плоскости. Прямая на плоскости. Нормальный и направляющий векторы прямой. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Составление уравнений прямой. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми. Точка пересечения прямых. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Плоскость. Нормальный вектор плоскости, его нахождение. Различные виды уравнений плоскости. Составление уравнений плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве. Направляющий вектор прямой, его нахождение. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Тема 7. Кривые и поверхности второго порядка. Понятие алгебраической кривой второго порядка, их классификация. Окружность и эллипс, их канонические уравнения, форма, характеристики. Построение окружности и эллипса, заданных общим уравнением. Гипербола и парабола, их канонические уравнения, форма, характеристики. Построение гиперболы и параболы, заданных общим уравнением. Алгебраические поверхности второго порядка (сфера, эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, цилиндры), их канонические уравнения и форма. Тема 8. Комплексные числа. Многочлены и алгебраические уравнения. Комплексные числа, их геометрическое изображение на плоскости. Различные формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами. Формула Муавра. Извлечение корня n -ой степени из комплексных чисел. Многочлены и алгебраические уравнения. Основная теорема алгебры многочленов. Теорема Безу. Разложение многочленов на линейные и квадратичные множители. Нахождение корней алгебраических уравнений на множестве комплексных чисел (в частности квадратного уравнения).

Семестр 2

Тема 9. Множества чисел. Действительные числа. Функция. Множества чисел. Действительные числа, модуль числа и его свойства. Числовые промежутки. Окрестность точки (конечной и бесконечной). Понятие функции. Способы задания функции. Естественная область определения и график функции. Основные элементы поведения функции (ограниченность, чётность и нечётность, периодичность, монотонность). Основные элементарные функции. Обратная функция. Сложная функция. Элементарные функции и их классификация. Построение графиков функций. Тема 10. Предел числовой последовательности, функции. Числовая последовательность и её предел. Признак сходимости монотонной числовой последовательности. Число e . Определения предела функции при $x \rightarrow x_0$, при $x \rightarrow \infty$. Односторонние пределы. Бесконечно большие и бесконечно малые функции, их свойства. Неопределённые выражения. Основные теоремы о пределах функций (об ограниченности функции; о связи с бесконечно малой функцией; арифметические свойства пределов; о пределе элементарной функции). Предельный переход в неравенствах. Первый и второй замечательные пределы, их применение при вычислении пределов. Тема 11. Непрерывность функции. Точки разрыва. Определения непрерывности функции в точке. Понятие непрерывности справа и слева. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва функции и их классификация. Непрерывность функции на множестве. Основные свойства функций, непрерывных на отрезке (об ограниченности функции, об обращении её в нуль, о наибольшем и наименьшем значениях функции). Установление непрерывности функций. Точки разрыва функции и их классификация. Тема

12. Производные и дифференциалы функции одной переменной. Приращение функции. Определение производной и её геометрический смысл. Непосредственное нахождение производной. Таблица производных основных элементарных функций. Простейшие правила нахождения производной. Производная сложной функции. Логарифмическая производная. Производная степенно-показательной функции. Производная функции, заданной параметрически. Понятие дифференцируемости функции. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Применение первого дифференциала в приближённых вычислениях. Уравнения касательной и нормали к плоской кривой. Простейшие правила нахождения производной. Производная сложной функции. Логарифмическая производная. Производная степенно-показательной функции. Производная функции, заданной параметрически. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Применение первого дифференциала в приближённых вычислениях. Уравнения касательной и нормали к плоской кривой. Тема 13. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Формулы Тейлора и Маклорена с остаточным членом в форме Лагранжа, их применение в приближённых вычислениях. Правило Лопиталя и его применение для раскрытия неопределённостей. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя и его применение для раскрытия неопределённостей. Тема 14. Исследование функций с помощью производных, построение их графиков. Схема проведения полного исследования функции. Стационарные и критические точки функции. Возрастание и убывание функции, нахождение участков монотонности функции. Локальные экстремумы функции, условия их существования и нахождение. Наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой функции на отрезке, их нахождение. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба, условия их существования и нахождение. Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции, условия их существования и нахождение. Построение графика функции. Тема 15. Функция n -переменных. Понятия n -мерной точки, n -мерного арифметического пространства R_n . Множества точек в R_n . Окрестность точки. Классификация точек. Понятие функции двух, трёх, n переменных. Область определения и график функции. Линии уровня. Полное и частные приращения функции. Понятия предела и непрерывности ФНП. Свойства ФНП, непрерывных в ограниченной и замкнутой области. Тема 16. Производные и дифференциалы функции n -переменных. Элементы теории поля. Частные производные первого и высших порядков, их нахождение. Независимость смешанных производных от порядка дифференцирования. Понятие дифференцируемости ФНП в точке, условия дифференцируемости. Полные дифференциалы ФНП первого и высших порядков. Применение первого дифференциала в приближённых вычислениях. Частные производные ФНП, заданных неявно. Производная сложной ФНП. Производная по направлению и градиент ФНП, взаимосвязь между ними. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Понятия скалярного и векторного полей. Дифференциальные операции теории поля (градиент, дивергенция, ротор, оператор Лапласа. Частные производные первого и высших порядков, их нахождение. Полные дифференциалы ФНП первого и высших порядков. Частные производные ФНП, заданных неявно. Производная сложной ФНП. Производная по направлению и градиент ФНП. Применение первого дифференциала в приближённых вычислениях. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Экстремумы функций нескольких переменных. Стационарные и критические точки. Локальный безусловный экстремум ФНП, необходимые и достаточные условия его существования и нахождение. Наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой ФНП в ограниченной замкнутой области, их нахождение. Условный экстремум и метод неопределённых множителей Лагранжа.

Семестр 3

Тема 18. Неопределённый интеграл. Первообразная функции и её основные свойства. Неопределённый интеграл, условия его существования и основные свойства. Таблица основных неопределённых интегралов. Непосредственное интегрирование. Интегрирование

заменой переменной и по частям. Интегрирование функций, содержащих квадратный трёхчлен. Неправильные и правильные рациональные дроби. Разложение правильной дроби на простые дроби. Интегрирование простых, правильных и неправильных рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений. Тема 19. Определённый интеграл. Несобственные интегралы. Определённый интеграл, условия его существования, геометрический смысл и свойства. Оценка интеграла и формула среднего значения. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Формулы замены переменной и интегрирования по частям в определённом интеграле. Применение определённого интеграла для вычисления площадей плоских фигур, длин дуг кривых, объёмов тел. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку интегрирования и от неограниченной функции, их сходимость и расходимость. Оценка интеграла и формула среднего значения. Формула Ньютона-Лейбница. Формулы замены переменной и интегрирования по частям в определённом интеграле. Применение определённого интеграла для вычисления площадей плоских фигур, длин дуг кривых, объёмов тел. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку интегрирования и от неограниченной функции, их сходимость и расходимость. Тема 20. Кратные интегралы. Двойной интеграл, условие его существования и основные свойства. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Вычисление площади плоской фигуры и объёма тела с помощью двойного интеграла. Механические приложения двойных интегралов (вычисление массы, статических моментов, моментов инерции, координат центра тяжести плоской пластины). Тройной интеграл, условие его существования и основные свойства. Вычисление тройного интеграла сведением к повторному. Геометрические и механические приложения тройного интеграла. Понятие n -кратного интеграла. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Вычисление площади плоской фигуры и объёма тела с помощью двойного интеграла. Механические приложения двойных интегралов (вычисление массы, статических моментов, моментов инерции, координат центра тяжести плоской пластины). Вычисление тройного интеграла сведением к повторному. Геометрические и механические приложения тройного интеграла. Тема 21. Дифференциальные уравнения первого порядка. Понятие дифференциального уравнения (ДУ). Дифференциальные уравнения 1-ого порядка, основные сведения о них: формы записи, решение, начальные условия, общее и частное решения. Задача Коши для ДУ 1-ого порядка. ДУ с разделёнными и разделяющимися переменными. Однородные ДУ 1-ого порядка. Линейное ДУ 1-ого порядка и уравнение Бернулли. ДУ в полных дифференциалах. Тема 22. Дифференциальные уравнения высших порядков. Системы ДУ. Дифференциальное уравнение n -ого порядка, основные сведения о них: формы записи, решение, начальные условия, общее и частное решения. Задача Коши для ДУ n -ого порядка. ДУ, допускающие понижение порядка. Линейные ДУ n -ого порядка. Линейно зависимые и независимые системы функций. Определитель Вронского. Структура общего решения линейного однородного и неоднородного ДУ порядка n . Характеристическое уравнение. Нахождение общего решения линейного однородного ДУ порядка n с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные ДУ порядка n с постоянными коэффициентами, нахождение их общих решений для правой части специального вида. Принцип суперпозиции частных решений. Метод вариации произвольных постоянных. Нормальная система обыкновенных ДУ, основные сведения о них: формы записи, решение, начальные условия, общее и частное решения. Задача Коши для нормальной системы ДУ, нахождение её решения методом исключения. ДУ, допускающие понижение порядка. Нахождение общего решения линейного однородного ДУ порядка n с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные ДУ порядка n с постоянными коэффициентами, нахождение их общих решений для правой части специального вида. Принцип суперпозиции частных решений. Метод вариации произвольных постоянных. Нормальной система ДУ, нахождение её решения методом исключения.

Семестр 4

Тема 23. Числовые ряды. Понятие числового ряда. Частичная сумма, остаток, сходимость и расходимость, сумма ряда. Необходимый признак сходимости и достаточный признак расходимости ряда. Ряд геометрической прогрессии и обобщённый гармонический ряд, условия их сходимости и расходимости. Признаки сходимости рядов с положительными членами (сравнения, Даламбера и Коши). Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Оценка остатка знакопередающегося ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Тема 24. Функциональные ряды. Понятие функционального ряда, его суммы и сходимости. Степенной ряд. Интервал и радиус абсолютной сходимости степенного ряда. Область сходимости степенного ряда и её нахождение. Свойства степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена. Применение степенных рядов в приближённых вычислениях. Тригонометрический ряд. Ряд Фурье. Разложение функций в ряд Фурье. Ряды Фурье для чётных и нечётных функций. Тема 25. Комбинаторика. Комбинаторика и её основная задача. Правила суммы и произведения комбинаторики. Размещения, сочетания, перестановки, подсчёт их числа. Тема 26. Случайные события и их вероятности. Предмет теории вероятностей. Понятие случайного эксперимента и статистической устойчивости его исходов. Пространство элементарных событий. Случайные события, действия над ними. Классическое, геометрическое и статистическое определения вероятности. Свойства вероятности. Условная вероятность события. Независимые и зависимые события. Формулы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторные испытания. Схема и формула Бернулли. Приближённые формулы Пуассона и Муавра-Лапласа. Классическое, геометрическое определения вероятности. Формулы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема и формула Бернулли. Приближённые формулы Пуассона и Муавра-Лапласа. Тема 27. Случайные величины. Понятие случайной величины. Функция распределения вероятностей случайной величины, её свойства. Дискретная и непрерывная случайные величины, способы их задания. Числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, мода, медиана, начальные и центральные моменты. Свойства математического ожидания и дисперсии. Основные законы распределения случайных величин: биномиальный, Пуассона, равномерный, показательный и нормальный, их числовые характеристики. Неравенство Чебышева. Понятие о законах больших чисел и центральной предельной теореме теории вероятностей. Понятие многомерной случайной величины. Совместная функция распределения. Дискретная двумерная случайная величина, законы распределения её вероятностей и числовые характеристики. Ковариация и коэффициент корреляции. Независимость, зависимость, коррелированность случайных величин. Условное математическое ожидание. Функция регрессии. Дискретная и непрерывная случайные величины, способы их задания. Числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, мода, медиана, начальные и центральные моменты. Свойства математического ожидания и дисперсии. Основные законы распределения случайных величин: биномиальный, Пуассона, равномерный, показательный и нормальный, их числовые характеристики. Неравенство Чебышева. Дискретная двумерная случайная величина, законы распределения её вероятностей и числовые характеристики. Тема 28. Основные понятия и задачи математической статистики. Предварительная обработка статистических данных. Предмет и основные задачи математической статистики, её взаимосвязь с теорией вероятностей. Генеральная совокупность и выборка из неё. Выборочный метод. Основные способы записи выборки: вариационный ряд; статистический дискретный и интервальный ряды. Графическое изображение статистических рядов распределения выборки (полигон, гистограмма). Числовые характеристики выборки (среднее арифметическое, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, мода, медиана). Статистическая обработка экспериментальных данных с использованием ПЭВМ. Современные статистические пакеты

анализа данных. Основные способы записи выборки: вариационный ряд; статистический дискретный и интервальный ряды. Графическое изображение статистических рядов распределения выборки (полигон, гистограмма). Числовые характеристики выборки (среднее арифметическое, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, мода, медиана). Тема 29. Статистическое оценивание и проверка гипотез. Точечные оценки, их свойства (состоятельность, несмещённость, эффективность) и методы построения (моментов, максимального правдоподобия). Понятие интервальной оценки (доверительного интервала). Точечные и интервальные оценки математического ожидания, дисперсии, вероятности «успеха». Статистическая гипотеза, её основные типы (параметрическая и непараметрическая, основная и альтернативная, простая и сложная). Статистический критерий и критическое множество. Ошибки первого и второго рода, допускаемые при принятии гипотез. Оптимальный критерий. Общая логическая схема критерия проверки параметрических гипотез. Проверка гипотез о числовых значениях неизвестных параметров генеральной совокупности (средних, дисперсий, вероятностей «успеха»). Критерий «хи-квадрат» и его применение для проверки гипотез о согласии эмпирического распределения и выбранной модели. Тема 30. Исследование взаимосвязей случайных величин. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Корреляционный анализ и его задача. Анализ парных связей между количественными переменными. Корреляционное поле и корреляционная таблица. Коэффициент линейной корреляции, его свойства, оценивание по выборке, проверка значимости. Регрессионный анализ и его задача. Парный регрессионный анализ, построение по выборке уравнения парной линейной регрессии.

4. Требования к результатам освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

ОПК-4 способность участвовать в разработке обобщённых вариантов решения проблем, связанных с автоматизацией производств, выборе на основе анализа вариантов оптимального прогнозирования последствий решения В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать:

- теоретические основы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии; дифференциального и интегрального исчисления; дифференциальных уравнений; числовых и функциональных рядов; теории вероятностей и математической статистики; уметь:
- использовать математический аппарат в профессиональной деятельности; проводить расчёты на основе построенных математических моделей; владеть:
- методами линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики; навыками применения современного математического инструментария для решения прикладных задач.

5. Общая трудоёмкость дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 17 зачётных единиц, 612 часов.

Форма промежуточной аттестации по дисциплине: зачёт в 1, 2 и 3 семестрах, экзамен в 4 семестре.

Составитель: Матвеев С.Н.